

LICEO CLASSICO E LINGUISTICO STATALE "ARISTOFANE"
ANNO SCOLASTICO 2022-2023

Programma Svolto di: MATEMATICA

Docente: Saverio Evangelista

Classe: 5DC

Libro di Testo: *Matematica.azzurro. Vol. 5.* Seconda Edizione Con Tutor. Bergamini, Trifone, Barozzi. Ed. Zanichelli

Materiali: dispense fornite dal docente

Competenze: determinare dominio e segno delle funzioni razionali; calcolare il limite di somme, prodotti, quozienti e potenze di funzioni che si presentano anche sotto forma indeterminata; determinare gli asintoti di una funzione razionale. riconoscere e determinare i punti di discontinuità sia graficamente che algebricamente. Saper calcolare la derivata prima e la derivata seconda delle funzioni razionali e saperla utilizzare nello studio di funzione. Trovare i punti di flesso di una funzione. Eseguire lo studio completo di una funzione (almeno razionale intera) e tracciarne il grafico.

Metodologie: le lezioni sono prevalentemente frontali.

Valutazioni: Interrogazione dialogata; test; compiti in classe. Per le griglie di valutazione si rimanda alla programmazione di Dipartimento.

Obiettivi raggiunti: mediamente la classe ha acquisito i concetti essenziali della disciplina ed è in grado di svolgere semplici esercizi.

CONTENUTI

Le funzioni reali di variabile reale

Ripasso dei concetti principali:

Definizione di funzione tra due insiemi qualsiasi. Variabile indipendente e variabile dipendente. Immagine di un elemento. Definizione di dominio e insieme immagine. Cosa si intende per grafico di una funzione. Determinazione del dominio e dell'insieme immagine osservando il grafico di una funzione. Funzioni numeriche. Funzione analitica o matematica. Funzione definita a tratti. La classificazione delle funzioni: funzioni algebriche (razionali, irrazionali, intere, fratte) e trascendenti. Dominio di una funzione algebrica intera, razionale, irrazionale di indice pari e di indice dispari. Gli zeri di una funzione. Segno della funzione. Definizione di funzioni crescenti e decrescenti in un intervallo (in senso stretto e in senso lato). Definizione di funzioni periodiche: il periodo delle principali funzioni goniometriche ($y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x$). Funzioni pari e dispari e simmetrie dei loro grafici. Inversa di una funzione. Simmetria del grafico dell'inversa di una funzione rispetto alla bisettrice del I e del III quadrante.

I limiti

Premessa: disequazioni in modulo. Gli intervalli, la loro classificazione e rappresentazione (con i simboli di disuguaglianza, con le parentesi e graficamente). Gli intorno. Intorni circolari. I punti isolati. Punti di accumulazione. La definizione di limite finito per x che tende ad un valore finito e sua verifica. Limite destro e sinistro. Definizione degli altri limiti: limite infinito per x tendente ad un valore finito, limite finito per x tendente ad un valore infinito e limite infinito per x tendente ad un valore infinito. I primi teoremi sui limiti (senza dimostrazione): unicità del limite, permanenza del segno, del confronto. Funzione continua in un punto e in un intervallo. Classificazione delle funzioni continue nel proprio dominio. Come calcolare un limite in un punto se la funzione è continua in tale punto. Limite per difetto e limite per eccesso. Gli asintoti: definizione e classificazione. Limiti di funzioni elementari agli estremi del dominio.

Il calcolo dei limiti Le operazioni sui limiti (senza dimostrazione): il limite della somma algebrica di due o più funzioni, limite del prodotto di due funzioni, limite della potenza, limite del quoziente di due funzioni, limite della funzione reciproca. Le forme indeterminate $0/0, +\infty-\infty, \infty/\infty, 0\cdot\infty$.

Limiti notevoli (senza dimostrazione): $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)/x^2 = 1/2$; $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x)/x = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)/x = 1$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$. Gli infinitesimi e gli infiniti: definizione e confronto di infinitesimi e infiniti simultanei.

La gerarchia degli infiniti. Funzioni continue in un punto ed in un intervallo.

Punti discontinuità e loro classificazione (di prima, di seconda e terza specie). Teoremi sulle funzioni continue (senza dimostrazione): teorema di Weierstrass, teorema dei valori intermedi, teorema degli zeri. La ricerca degli asintoti (orizzontali, verticali ed obliqui) solo di funzioni algebriche intere e fratte. Il grafico probabile di una funzione.

La derivata di una funzione

Il problema delle tangenti. La retta tangente ad una curva come posizione limite a cui tende la retta secante. Il rapporto incrementale. L'interpretazione geometrica del rapporto incrementale come coefficiente angolare di una retta secante alla curva. La derivata di una funzione in un punto e sua interpretazione geometrica come coefficiente angolare della retta tangente alla curva in un punto. La derivata sinistra e la derivata destra. La funzione derivata. I punti stazionari. Punti di non derivabilità, un esempio: la derivata nell'origine della la funzione modulo di x . La continuità e la derivabilità, teorema (senza dimostrazione): una funzione derivabile è anche continua; non vale il viceversa, un controesempio: la funzione $y=|x|$ è continua in ogni punto ma non è derivabile nell'origine. Le derivate fondamentali (con dimostrazione): $D[k]=0$; $D[x]=1$; $D[x^2]=2x$; In generale (senza dimostrazione): $D[x^n]=nx^{n-1}$; Derivate fondamentali (senza dimostrazione): $D[\sqrt{x}]=1/(2\sqrt{x})$, $D[\sin x]=\cos x$, $D[\cos x]=-\sin x$, $D[\ln x]=1/x$; $D[e^x]=e^x$. Teoremi sul calcolo delle derivate (senza dimostrazione): *derivata del prodotto di una costante per una funzione, derivata della somma di funzioni* (derivata di una funzione polinomiale), *derivata del prodotto di funzioni, derivata del quoziente di due funzioni* (casi particolari: $D[\tan x]=1/\cos^2 x$), *la derivata di una funzione composta*. Derivate di ordine superiore al primo. Come si determina l'equazione della retta tangente e della retta normale al grafico di una funzione in un suo punto. Legame tra derivabilità e continuità: dimostrazione che la funzione *valore assoluto di x* è continua nell'origine ma non è derivabile. Derivate successive di una funzione.

La Fisica e le derivate: la velocità e l'accelerazione come derivate, rispettivamente, dello spazio e della velocità. L'intensità di corrente istantanea.

Lo studio delle funzioni

Funzioni crescenti e decrescenti e le derivate. Determinazione degli intervalli di crescita e decrescenza di una funzione. Definizione di massimo e minimo relativo. Punti estremanti ed estremi relativi. Definizione di concavità verso l'alto e verso il basso. Definizione di punto di flesso e classificazione dei flessi: flessi a tangente orizzontale, verticale e a tangente obliqua.

Massimi, minimi e flessi orizzontali e la derivata prima: punti stazionari. Ricerca dei massimi e dei minimi relativi con la derivata prima (senza dimostrazione). I punti di flesso a tangente orizzontale. *Concavità e segno della derivata seconda (senza dimostrazione). *Flessi e studio della derivata seconda (solo flessi a tangente orizzontale ed obliqua). Lo studio di una funzione razionale intera*. Lo studio di una funzione razionale fratta*.

* Con l'asterisco vengono indicati gli argomenti non ancora svolti alla data della redazione del presente programma.